经济数学
学习指导与练习

JINGJI SHUXUE XUEXI ZHIDAO YU LIANXI

策划编辑：金颖杰
责任编辑：高　宇
封面设计：刘文东

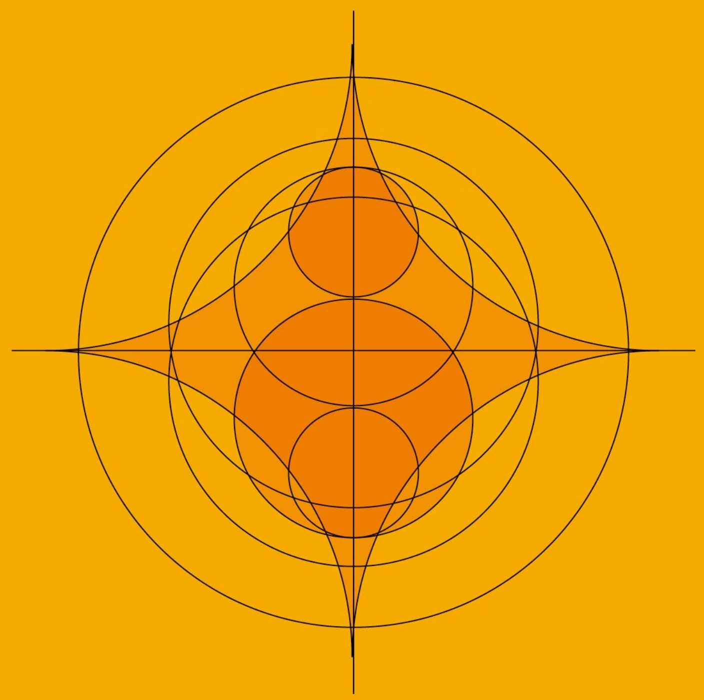
ISBN 978-7-5635-6900-7

9 787563 569007 >

定价：35.00元

高等职业教育精品教材配套用书
经济数学学习指导与练习
主编 张 蓉 宋 清
北京邮电大学出版社

高等职业教育精品教材配套用书

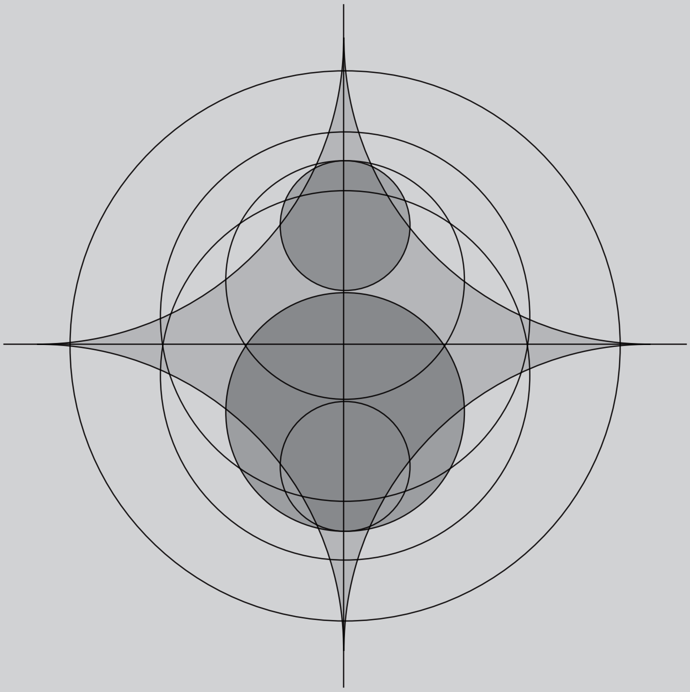


经济数学
学习指导与练习

主编　张　蓉　宋　清

北京邮电大学出版社
www. buptpress. com

高等职业教育精品教材配套用书



经济数学
学习指导与练习

主　编　张　蓉　宋　清
副主编　李美霞

北京邮电大学出版社
www. buptpress. com

内 容 简 介

本书是北京邮电大学出版社出版的《经济数学》的配套教学用书.本书是为适应现阶段我国教育改革的需要,在充分总结高等职业院校一线教师教学经验的基础上编写而成的.全书的章节设置与教材同步,共分为十二章,内容包括函数、函数的极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、行列式、矩阵、线性方程组、随机事件及其概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征.

本书既可作为高等职业院校财经商贸大类各专业学生的经济数学课程辅导练习材料,也可供相关人士参考使用.

图书在版编目(CIP)数据

经济数学学习指导与练习 / 张蓉,宋清主编. -- 北京:北京邮电大学出版社,2023.3
ISBN 978-7-5635-6900-7

Ⅰ.①经… Ⅱ.①张… ②宋… Ⅲ.①经济数学—高等学校—教学参考资料 Ⅳ.①F224.0

中国国家版本馆 CIP 数据核字(2023)第 046873 号

策划编辑:金颖杰 **责任编辑**:高 宇 **封面设计**:刘文东

出版发行:北京邮电大学出版社
社 址:北京市海淀区西土城路 10 号
邮政编码:100876
发 行 部:电话:010-62282185 传真:010-62283578
E-mail:publish@bupt.edu.cn
经 销:各地新华书店
印 刷:大厂回族自治县聚鑫印刷有限责任公司
开 本:787 mm×1 092 mm 1/16
印 张:11.25
字 数:233 千字
版 次:2023 年 3 月第 1 版
印 次:2023 年 3 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-6900-7 定 价:36.00 元

·如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社发行部联系·

服务电话:400-615-1233

前言

本书是北京邮电大学出版社出版的《经济数学》的配套教学用书. 本书为适应现阶段我国教育改革的需要,在充分总结高等职业院校一线教师教学经验的基础上编写而成. 全书的章节设置与教材同步,共分为十二章,内容包括函数、函数的极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、行列式、矩阵、线性方程组、随机事件及其概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征.

本书每章都包含"思维导图""知识归纳与总结""典型例题解析""本章测试题"栏目.

"思维导图"对本章知识点进行了总结.

"知识归纳与总结"对本章的重要概念、理论和方法进行了较为系统的小结,旨在帮助学生加深对本章内容的理解.

"典型例题解析"对本章典型题目进行了讲解,并给出了详细的解题思路.

"本章测试题"用来对本章知识点进行检测,旨在帮助学生巩固知识,查漏补缺.

本书由天津工程职业技术学院张蓉、宋清任主编,天津城市职业学院李美霞任副主编. 编者在编写本书过程中参考了一些相关教材及资料,在此向相关作者表示诚挚的谢意!

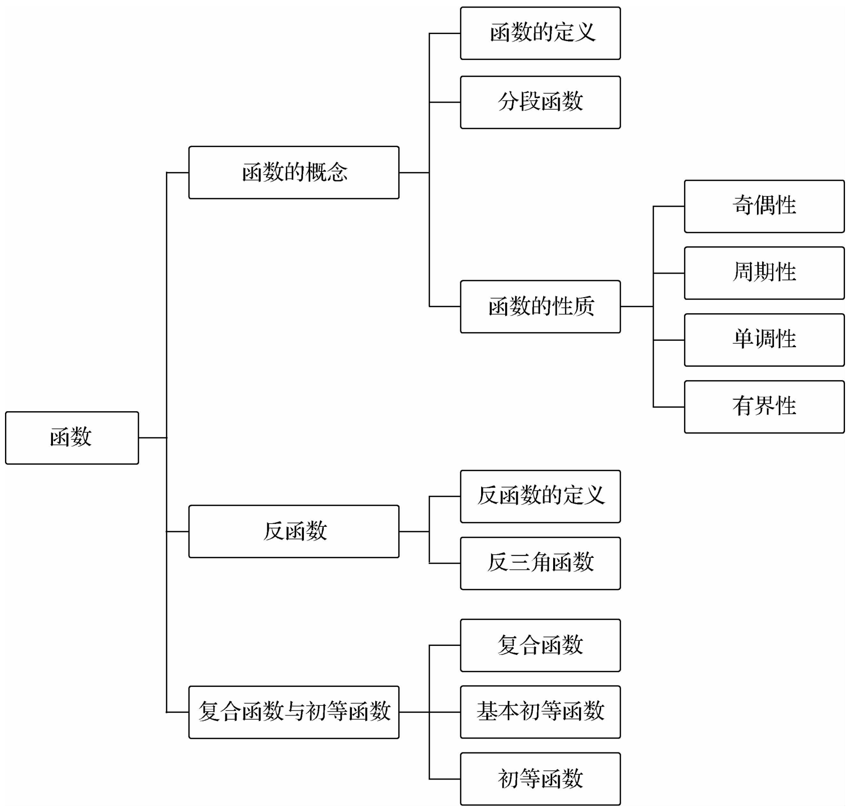
由于编者水平有限,书中难免存在疏漏和不足之处,敬请广大读者批评指正.

编　者

目录

第一章　函　　数

【思维导图】



【知识归纳与总结】

一、函数的定义

变量 x 的取值范围是 D，对任意 $x(x\in D)$ 按照某种对应法则 f，总有唯一确定的 y 与之对应，则 y 是 x 的函数，记作 $y=f(x)$.

构成函数的两个要素：定义域 D 和对应法则 f.

二、分段函数

在定义域的不同范围内用不同的解析式来表示的函数称为分段函数.

例如,分段函数 $f(x)=\begin{cases} x+1, & -2\leqslant x<0 \\ 0, & x=0 \\ 3-x, & 0<x<3 \end{cases}$ 的定义域为$[-2,3)$.

三、函数的性质

1. 奇偶性

奇函数:$f(-x)=-f(x)$,图像关于原点对称.

偶函数:$f(-x)=f(x)$,图像关于 y 轴对称.

2. 周期性

若 $f(x+T)=f(x)$(T 为正数),则 $f(x)$为周期函数,T 为周期.

3. 单调性

单调增加函数:当 $x_1<x_2$ 时,$f(x_1)<f(x_2)$.

单调减少函数:当 $x_1<x_2$ 时,$f(x_1)>f(x_2)$.

4. 有界性

若$|f(x)|\leqslant M$(M 为正数),则 $f(x)$为有界函数.

四、反函数

设函数 $y=f(x)$的定义域为 D,值域为 A. 若对于数集 A 中的每个数 y,在 D 中都有唯一的一个数 x 使 $f(x)=y$ 成立,则称 x 是变量 y 的函数,记为 $x=f^{-1}(y)$. 称 $x=f^{-1}(y)$为 $y=f(x)$的反函数. 通常用 x 表示自变量,将 x 与 y 交换,将反函数表示成 $y=f^{-1}(x)$.

注意:(1)函数 $y=f(x)$在其定义域 D 内,只有 x 和 y 一一对应,即每一个 x 对应唯一的 y,每一个 y 对应唯一的 x,才有反函数存在.

(2)$y=f(x)$与 $x=f^{-1}(y)$在直角坐标系中对应同一条曲线.

$y=f(x)$与 $y=f^{-1}(x)$在直角坐标系中是关于 $y=x$ 对称的两条曲线.

(3)$y=f^{-1}(x)$的单调性与 $y=f(x)$一致.

如图 1-1 所示,函数 $y=4x-1$ 和其反函数 $y=\dfrac{x+1}{4}$的图像关于 $y=x$ 对称,且两个函数都是单调增加的.

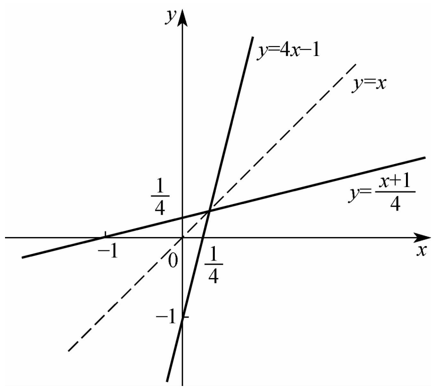


图 1-1

1. 指数函数与对数函数互为反函数

指数函数：$y=a^x$（$a>0$ 且 $a\neq1$，a 为常数），$x\in(-\infty,+\infty)$，$y\in(0,+\infty)$.

对数函数：$y=\log_a x$（$a>0$ 且 $a\neq1$，a 为常数），$x\in(0,+\infty)$，$y\in(-\infty,+\infty)$.

当 $a>1$ 时，如图 1-2 所示；当 $0<a<1$ 时，如图 1-3 所示.

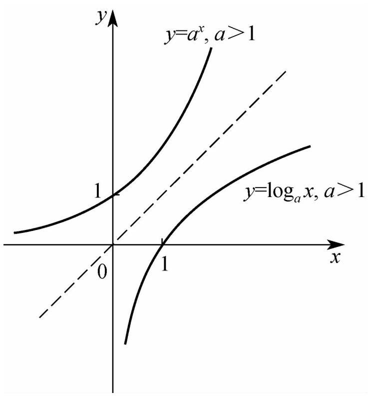


图 1-2

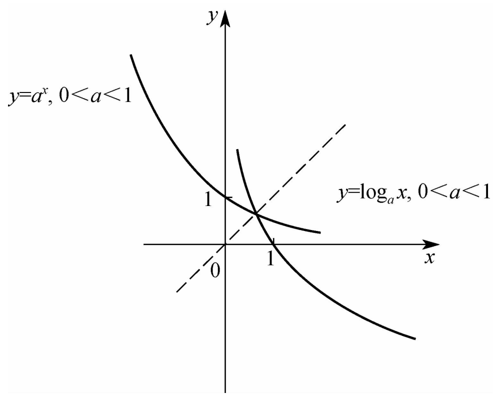


图 1-3

2. 三角函数与反三角函数互为反函数

(1)正弦函数与反正弦函数(见图 1-4).

一个单调区间内的正弦函数：$y=\sin x$，$x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，$y\in[-1,1]$.

一个单调区间内的反正弦函数：$y=\arcsin x$，$x\in[-1,1]$，$y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$.

(2)余弦函数与反余弦函数(见图 1-5).

一个单调区间内的余弦函数:$y=\cos x, x\in[0,\pi], y\in[-1,1]$.

一个单调区间内的反余弦函数:$y=\arccos x, x\in[-1,1], y\in[0,\pi]$.

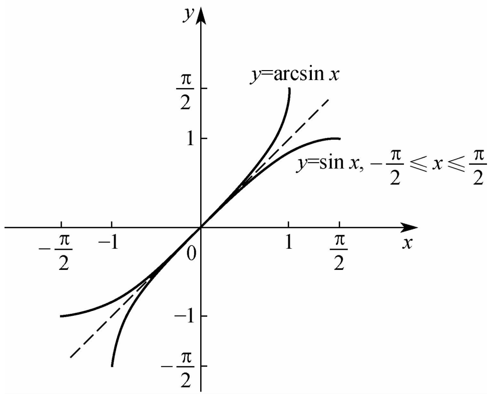


图 1-4

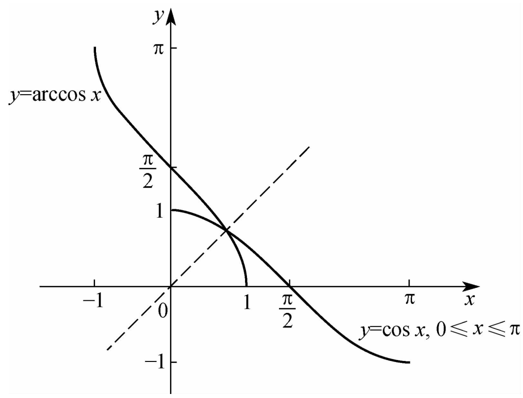


图 1-5

(3)正切函数与反正切函数(见图 1-6).

一个单调区间内的正切函数:$y=\tan x, x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right), y\in(-\infty,+\infty)$.

一个单调区间内的反正切函数:$y=\arctan x, x\in(-\infty,+\infty), y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$.

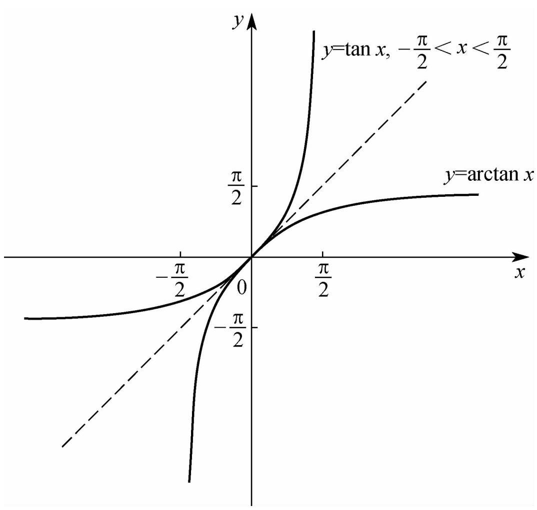


图 1-6

(4)余切函数与反余切函数(见图 1-7).

一个单调区间内的余切函数:$y=\cot x, x\in(0,\pi), y\in(-\infty,+\infty)$.

一个单调区间内的反余切函数:$y=\operatorname{arccot} x, x\in(-\infty,+\infty), y\in(0,\pi)$.

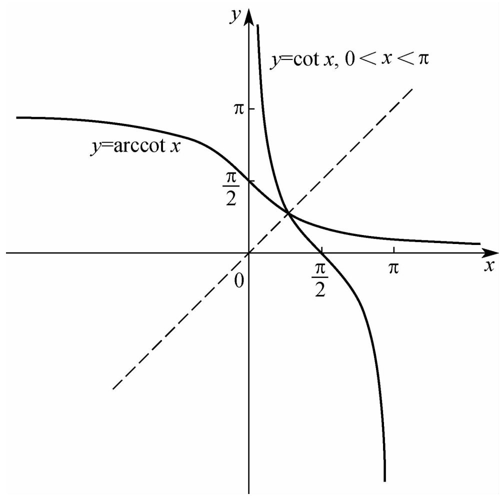


图 1-7

五、复合函数

若函数 $y=F(u)$的定义域为U_1，函数 $u=\varphi(x)$的值域为U_2，其中$U_2\subseteq U_1$，则 y 通过u成为x 的函数，记作 $y=F[\varphi(x)]$，称为由函数 $y=F(u)$和函数 $u=\varphi(x)$构成的复合函数.

六、基本初等函数

基本初等函数包括六种常见函数，分别是常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数. 指数函数、对数函数、反三角函数已经在反函数知识点内做了详细说明，此处不再赘述.

1. 常数函数

$y=C$(C 为常数)，定义域为 $x\in(-\infty,+\infty)$，有界，偶函数.

2. 幂函数

$y=x^{\alpha}$(α 为常数)，如图 1-8 所示. 根据 α 的不同，幂函数的定义域、值域、单调性、奇偶性不相同. 在第一象限内，当 $\alpha>0$ 时，单调增加；当 $\alpha<0$ 时，单调减少.

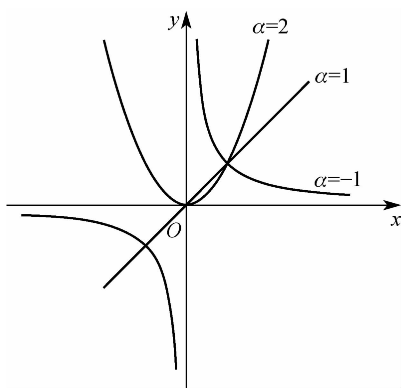
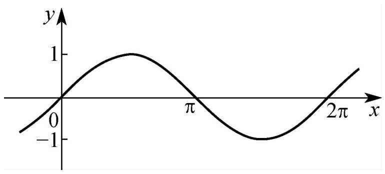
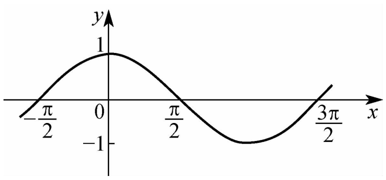
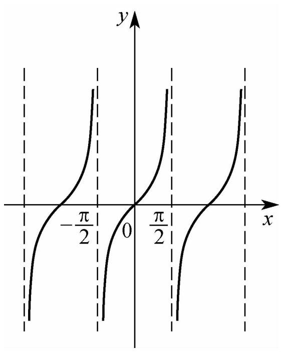
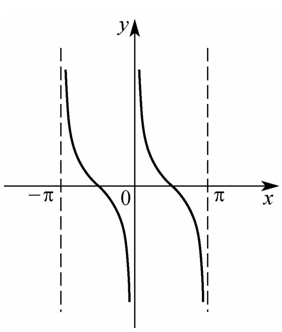


图 1-8

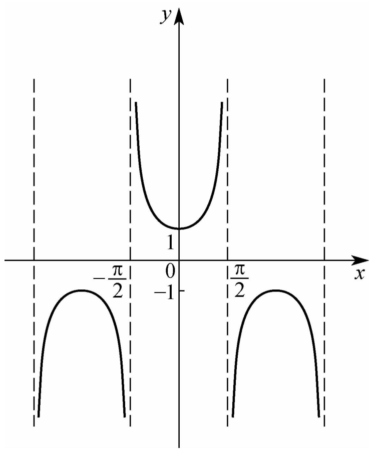
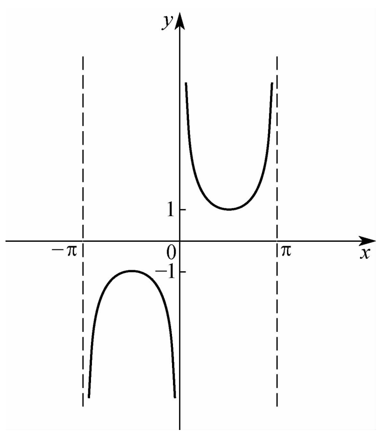
3. 三角函数

三角函数的表达式、定义域、值域、图形、性质见表 1-1.

表 1-1

三角函数及其表达式	定义域和值域	图　　形	性　　质
正弦函数 $y=\sin x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		奇函数,有界,周期为 2π,在 $\left[2k\pi-\dfrac{\pi}{2},2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right]$内单调增加,在$\left[2k\pi+\dfrac{\pi}{2},2k\pi+\dfrac{3\pi}{2}\right]$内单调减少($k\in\mathbf{Z}$)
余弦函数 $y=\cos x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		偶函数,有界,周期为 2π,在$[2k\pi-\pi,2k\pi]$内单调增加,在$[2k\pi,2k\pi+\pi]$内单调减少
正切函数 $y=\tan x$	$x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数,无界,周期为 π,在$\left(k\pi-\dfrac{\pi}{2},k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right)$内单调增加
余切函数 $y=\cot x$	$x\neq k\pi(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数,无界,周期为 π,在$(k\pi,k\pi+\pi)$内单调减少

续表

三角函数及其表达式	定义域和值域	图 形	性 质
正割函数 $y=\sec x$	$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$		偶函数，无界，周期为 2π，在 $\left(2k\pi,2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ 和 $\left(2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\pi\right)$ 内单调增加，在 $\left(2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi\right)$ 和 $\left(2k\pi+\pi,2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right)$ 内单调减少
余割函数 $y=\csc x$	$x\neq k\pi(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$		奇函数，无界，周期为 2π，在 $\left(2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\pi\right)$ 和 $\left(2k\pi+\pi,2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right)$ 内单调增加，在 $\left(2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi\right)$ 和 $\left(2k\pi,2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ 内单调减少

七、初等函数

由基本初等函数及常数经过有限次四则运算和有限次复合而成，并且可用一个数学式子表示的函数叫作初等函数.

【典型例题解析】

例 1 求函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-1}}{(x-2)\ln(x+5)}$ 的定义域.

解 由$\begin{cases}x-1\geqslant 0\\x-2\neq 0\\\ln(x+5)\neq 0\\x+5>0\end{cases}$得$\begin{cases}x\geqslant 1\\x\neq 2\\x\neq -4\\x>-5\end{cases}$,取交集,得到此函数的定义域为$[1,2)\cup(2,+\infty)$.

例 2 判断下列函数是否表示同一函数.

(1)$f(x)=\dfrac{x-2}{x^2-4}$,$g(x)=\dfrac{1}{x+2}$; (2)$f(x)=e^{\ln 3x}$,$g(x)=3x$.

解 (1)由 $f(x)$可知 $x^2-4\neq 0$,得 $x\neq\pm 2$,即 $f(x)$的定义域为$(-\infty,-2)\cup(-2,2)\cup(2,+\infty)$.

由 $g(x)$可知 $x+2\neq 0$,得 $x\neq -2$,即 $g(x)$的定义域为$(-\infty,-2)\cup(-2,+\infty)$.

因为 $f(x)$与 $g(x)$的定义域不同,所以两个函数不是同一函数.

(2)由 $f(x)$可知 $3x>0$,即 $f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$. $g(x)$的定义域为$(-\infty,+\infty)$.

因为 $f(x)$与 $g(x)$的定义域不同,所以两个函数不是同一函数.

例 3 若 $f(x)$的定义域为$(-1,1)$,求 $f(\tan x)$的定义域.

解 令 $u=\tan x$,由 $f(u)$的定义域为 $u\in(-1,1)$,即 $\tan x\in(-1,1)$,求得 $x\in\left(k\pi-\dfrac{\pi}{4},k\pi+\dfrac{\pi}{4}\right)$,$k\in\mathbf{Z}$. 所以 $f(\tan x)$的定义域为$\left(k\pi-\dfrac{\pi}{4},k\pi+\dfrac{\pi}{4}\right)$,$k\in\mathbf{Z}$.

例 4 求下列函数的反函数.

(1)$y=3x-2$; (2)$y=x^2-5$,$x\in(0,+\infty)$.

解 (1)$y=3x-2$ 的定义域和值域均为$(-\infty,+\infty)$. 将 y 作为自变量,x 作为因变量,得 $x=\dfrac{y+2}{3}$. 将 x,y 交换位置,得反函数 $y=\dfrac{x+2}{3}$,其定义域为$(-\infty,+\infty)$.

(2)$y=x^2-5$ 的定义域为$(0,+\infty)$,值域为$(-5,+\infty)$. 将 y 作为自变量,x 作为因变量,得 $x=\sqrt{y+5}$. 将 x,y 交换位置,得反函数 $y=\sqrt{x+5}$,其定义域为$(-5,+\infty)$.

例 5 求分段函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-9, & 0\leqslant x\leqslant 3\\x^2, & -3\leqslant x<0\end{cases}$的反函数.

解 在 $0\leqslant x\leqslant 3$ 区间内,$f(x)=x^2-9$ 的值域为$-9\leqslant f(x)\leqslant 0$. 将 $f(x)$作为自变量,x 作为因变量,得 $x=\sqrt{f(x)+9}$. 将 $x,f(x)$交换位置,得反函数 $f(x)=\sqrt{x+9}$,其定义域为$[-9,0]$. 在$-3\leqslant x<0$ 区间内,$f(x)=x^2$ 的值域为 $0<f(x)\leqslant 9$. 将 $f(x)$作为自变量,x 作为因变量,得 $x=-\sqrt{f(x)}$. 将 $x,f(x)$交换位置,得反函数 $f(x)=-\sqrt{x}$,其定义域为$(0,9]$.

综上,此分段函数的反函数为 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x+9}, & -9\leqslant x\leqslant 0\\-\sqrt{x}, & 0<x\leqslant 9\end{cases}$.

例 6 指出下列函数的复合过程.

(1)$y=\ln(\sin\sqrt{x^2+3})$; (2)$y=\left(\arctan\dfrac{x}{5}\right)^5$.

解 (1) $y=\ln u, u=\sin v, v=\sqrt{w}, w=x^2+3$.

(2) $y=u^5, u=\arctan\frac{x}{5}$.

例 7 写出下列函数所构成的复合函数.

(1) $y=\sqrt{u}, u=3x^2+4$; (2) $y=\ln u, u=\frac{v^2}{3}+1, v=\sin x$.

解 (1) $y=\sqrt{3x^2+4}$.

(2) $y=\ln\left(\frac{v^2}{3}+1\right)=\ln\left(\frac{(\sin x)^2}{3}+1\right)=\ln\left(\frac{\sin^2 x}{3}+1\right)$.

例 8 设 $f(x-1)=x^2$,求 $f(2x+1)$.

解 令 $x-1=t$,则 $x=t+1$,得到函数 $f(t)=(t+1)^2$.

将函数 $f(t)$ 中的 t 用 $2x+1$ 代换,得 $f(2x+1)=[(2x+1)+1]^2=4(x+1)^2$.

例 9 判断下列函数的奇偶性.

(1) $f(x)=x\sin x$; (2) $f(x)=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$.

解 (1)由题意可知,函数 $f(x)=x\sin x$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,且

$$f(-x)=(-x)\sin(-x)=x\sin x=f(x),$$

所以 $f(x)=x\sin x$ 为偶函数.

(2)由题意可知,函数 $f(x)=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,且

$$\begin{aligned}f(-x)&=\ln\left[(-x)+\sqrt{1+(-x)^2}\right]=\ln(-x+\sqrt{1+x^2})\\&=\ln\frac{(-x+\sqrt{1+x^2})(x+\sqrt{1+x^2})}{x+\sqrt{1+x^2}}\\&=\ln\frac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}=-\ln(x+\sqrt{1+x^2})=-f(x),\end{aligned}$$

所以 $f(x)=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$ 为奇函数.

本章测试题

一、填空题

1. 函数 $y=3x-1$ 的反函数为________.

2. 若 $f(x)=2x^2-1, g(x)=\cos x$,则 $f[g(x)]=$________,$g[f(x)]=$________.

3. 设 $f(x)=\frac{1}{1-x}$,则 $f[f(x)]=$________.

4. 已知 $f(3x)=\log_2(9x^2-6x+5)$,则 $f(1)=$________.

5. 已知 $f(x)=x^3-x^2-2x+1$,则 $f(x+1)=$________.

6. 函数 $f(x)=\arcsin\frac{x-1}{5}+\frac{1}{\sqrt{25-x^2}}$ 的定义域为________.

7. 函数 $y=\sqrt{3+2x-x^2}$ 的定义域为________.

8. 函数 $f(x)=\sqrt{4-x^2}+\ln(x-1)$的定义域为________.

9. 函数 $f(x)$的定义域为$(0,1)$,则 $f(\tan x)$的定义域为________.

10. 已知 $f(\sqrt{x}+1)=x+2\sqrt{x}+1$,则 $f(x)=$________.

11. 已知 $f(x)=\ln x, g(x)=\sin x$,则 $f[g(x)]=$________,$g[f(x)]=$________.

12. 函数 $f(x)=4-2\cos\dfrac{x}{3}$的最小值为________;当 $f(x)$取得最大值时,x 的值为________.

13. 若 $f\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=x^2+\dfrac{1}{x^2}$,则 $f(x)=$________.

二、选择题

1. 函数 $y=2+\sqrt{x+1}$ 的反函数为(   ).

A. $x=(y-2)^2-1$　　B. $y=(x-2)^2-1, x\in[2,+\infty)$

C. $y=(x-2)^2-1, x\geqslant-1$　　D. 不存在

2. 若 $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{x}{x-1}$,则 $f(3x)=$(   ).

A. $\dfrac{1}{1-3x}$　　B. $\dfrac{3}{1-3x}$

C. $\dfrac{3x-1}{3}$　　D. $\dfrac{3x-1}{x}$

3. 函数 $f(x)=\arcsin(1-x)+\dfrac{1}{5}\ln\dfrac{1-x}{1+x}$的定义域为(   ).

A. $[0,1]$　　B. $[0,1)$

C. $x\neq1$　　D. $(-\infty,+\infty)$

4. 下列函数为复合函数的是(   ).

A. $e^x+\cos x$　　B. $\sin\sqrt{2x}$

C. $-2+\sin x$　　D. 2^x

5. 函数 $f(x)=|x\sin x|, x\in(-\infty,+\infty)$是(   ).

A. 有界函数　　B. 单调函数

C. 周期函数　　D. 偶函数

6. 函数 $y=\lg(x^2-1)$在区间(   )内有界.

A. $(1,+\infty)$　　B. $(2,+\infty)$

C. $(1,2)$　　D. $(2,3)$

7. 下列函数为偶函数且在$(-\infty,0)$内单调减少的是(   ).

A. $y=(x+1)^2$　　B. $y=1-2x^2$

C. $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$　　D. $y=\log_2|x|$

8. 函数 $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$是(　　).

A. 偶函数　　　　B. 奇函数

C. 非奇非偶函数　　　　D. 周期函数

9. 下列函数在其定义域内是无界的有(　　).

$f(x)=|1-2x|$，$f(x)=x\sin x$，$f(x)=\sin x+\cos x$，$f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^4+1}$

A. 1 个　　　　B. 2 个

C. 3 个　　　　D. 4 个

10. 设 $af(x)+bf\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{c}{x}(x\neq 0, a^2\neq b^2)$，则 $f(x)=$(　　).

A. $\dfrac{c}{b^2-a^2}\left(bx-\dfrac{a}{x}\right)$　　　　B. $\dfrac{c}{a^2-b^2}\left(bx-\dfrac{a}{x}\right)$

C. $\dfrac{c}{a^2-b^2}\left(bx+\dfrac{a}{x}\right)$　　　　D. $\dfrac{c}{b^2-a^2}\left(bx+\dfrac{a}{x}\right)$

三、综合题

1. 指出下列函数的复合过程.

(1) $y=\sin^2 x$；　　　　(2) $y=\cos x^2$；

(3) $y=\sin(x^3+5)$；　　　　(4) $y=7^{\cos\frac{1}{x}}$；

(5) $y=\sqrt[3]{3+x}$；　　　　(6) $y=(\operatorname{arccot} x)^2$；

(7) $y=\cos^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$；

(8) $y=\ln[\sin(3-3x^2)]$；

(9) $y=\ln[\ln(\ln x)]$；

(10) $y=\mathrm{e}^{\sqrt{\tan 3x}}$；

(11) $y=\sec^4\left(\frac{\pi}{4}-2x\right)$；

(12) $y=\cot^2(\mathrm{e}^{3x})$；

(13) $y=\sin(x^2+2)$；

(14) $y=\mathrm{e}^{\sqrt{2x^2+1}}$；

(15) $y=\arctan[\lg(x+1)]$；

(16) $y=2^{\cos(x^2-1)}$.

2. 写出下列函数所构成的复合函数.

(1) $y=\cos u, u=2x$；

(2) $y=u^2, u=3x+1$；

(3) $y=\sqrt{u}, u=\cos v, v=x-\frac{\pi}{4}$；

(4) $y=\sqrt[3]{u}, u=5-x^3$；

(5) $y=e^u, u=\frac{1}{x}$；

(6) $y=e^u, u=\sin 3x$；

(7) $y=\arcsin u, u=\lg v, v=2x+1$；

(8) $y=\sqrt{u}, u=\ln v, v=1+x^2$；

(9) $y=2^u, u=v^2, v=\sin\frac{1}{x}$；

(10) $y=\sin u, u=\lg v, v=x^2+1$.

3. 求下列函数的定义域.

(1) $y=\sqrt{25-x^2}+\ln(\sin x)$；

(2) $y=\dfrac{1}{\sqrt{3-x^2}}+\arcsin\left(\dfrac{x}{3}-1\right)$；

(3) $y=\dfrac{4}{5x^2+4x}$；

(4) $y=\sqrt{49-x^2}$；

(5) $y=\lg(2x+1)$；

(6) $y=\log_2(4x-3)-\sqrt{4x+3}$；

(7) $y=\dfrac{1}{x^2+6x+5}$；

(8) $y=\sqrt{x+2}+\dfrac{1}{x^2-1}$；

(9) $y=\sqrt{\ln\dfrac{5x-x^2}{4}}$；

(10) $y=\ln(x+1)-\sqrt{x^2-9}$；

(11) $y=-\ln(-\ln x)$;　　(12) $y=\sqrt{10-x}+\sin\sqrt{x}$.

4. 判断下列函数是否表示同一函数.

(1) $f(x)=\sqrt{(3-x)^2}, g(x)=3-x$;　　(2) $f(x)=\ln x^{10}, g(x)=10\ln x$;

(3) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x+1}, g(x)=x-1$;　　(4) $f(x)=x, g(x)=\sin(\arcsin x)$;

(5) $f(x)=\lg x^2, g(x)=2\lg|x|$;　　(6) $f(x)=\sqrt{(x-2)^2}, g(x)=|x-2|$;

(7) $f(x)=e^{\ln 2x}, g(x)=2x$;　　(8) $f(x)=\sec^2 x-\tan^2 x, g(x)=1$.

5. 判断下列函数的奇偶性.

(1) $f(x)=x^4-2x^2$；

(2) $f(x)=x-x^2+1$；

(3) $f(x)=\tan\dfrac{1}{4x}$；

(4) $f(x)=\sin x-\cos 2x$；

(5) $f(x)=\sqrt[3]{(1+x)^2}+\sqrt[3]{(1-x)^2}$；

(6) $f(x)=\ln\dfrac{1+x}{1-x}$；

(7) $f(x)=a^x+a^{-x}(a>0)$；

(8) $f(x)=\dfrac{a^x+1}{a^{-x}+1}(a>0)$.

6. 已知 $f(\cos x)=\cos 2x+1$,求 $f(\sin x)$.

7. 已知 $f(x)=x^3-x^2-x$,$\varphi(x)=\sin 2x$,求 $f[\varphi(x)]$,$\varphi[f(x)]$.

8. 已知 $f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$,求 $f[f(x)]$,$f\left[\dfrac{1}{f(x)}\right]$.